GESCHIEDENIS VAN DE WETENSCHAP

Hans Vanlanduyt

GESCHIEDENIS VAN DE WETENSCHAP

ACADEMIA
PRESS

P. Van Duyseplein 8
9000 Gent
Tel. 09 233 80 88
Info@academiapress.be www.academiapress.be

Uitgeverij Academia Press maakt deel uit van Lannoo Uitgeverij,
de boeken- en multimediadivisie van Uitgeverij Lannoo nv.

Hans Vanlanduyt
Geschiedenis van de wetenschap
Gent, Academia Press, 2014, 136 p.

ISBN 978 90 382 2583 8
D/2016/4804/018
NUR 910

INHOUD

Allereest wens ik mijn vrouw Diane en zoon Ignace te danken voor hun blijvende steun. Dank ook aan mijn voormalig directeur Marc voor het vertrouwen en de diepgaande gesprekken. Dank aan de vele vrienden, teveel om op te noemen, voor de mooie aangename momenten en fijne discussies. Ook dank aan de studenten voor de belangstelling en de inspirerende vragen. Bijzondere dank aan Maaike die dit werk grondig en kritisch heeft nagelezen, niet enkel op taalfouten maar ook inhoudelijk. Haar bijdrage wordt ten zeerste gewaardeerd: zij heeft van dit boek een harmonieus werk gemaakt.

INLEIDING

In dit werk worden wetenschap en de historische ontwikkeling van wetenschap behandeld. Het eerste hoofdstuk met als titel 'wetenschapsleer' vormt een inleiding op de studie van wetenschap zelf. Wat is het doel van wetenschap? Hoe kan men ware kennis bekomen? Waarin verschilt wetenschap van filosofie? Wat is een wetenschappelijke methode? Hoe ontwikkelt wetenschap zich?

In de daaropvolgende hoofdstukken wordt de historische ontwikkeling van een aantal verschillende disciplines beschreven, zoals mechanica, elektromagnetisme, relativiteitstheorie, sterrenkunde en geneeskunde. Het is in dit beknopte werk niet mogelijk om volledig te zijn. Veel meer dan volledig te willen zijn, wil dit werk illustreren dat de ontwikkeling van de wetenschap een samenspel is van toeval, geluk en hard zoeken. Hoe rationeel wetenschap zelf ook moge zijn, de groei en ontwikkeling van de wetenschap is dit niet. Hierdoor is het niet mogelijk om deze ontwikkeling bij te sturen. Het is ook onmogelijk (of op zijn minst nog niet mogelijk) om te voorspellen hoe de wetenschap zal evolueren.

Niet enkel de wetenschap is geëvolueerd, ook de rol van de wetenschap is geëvolueerd. En samen met de wetenschap is ook de visie van de samenleving op wetenschap en wetenschappers veranderd. Het feit dat kennis en inzicht kunnen leiden tot nieuwe technieken en technologische vooruitgang is daar zeker niet vreemd aan.

WETENSCHAPSLEER

Elk individu stelt zich wel eens existentiële vragen over het ontstaan van de wereld, het ontstaan van leven, onze plaats op de wereld, de zin van ons bestaan, de toekomst, …
Het is dan ook niet verwonderlijk dat in zowat alle culturen op deze vragen een antwoord wordt geformuleerd. Aanvankelijk kwam het antwoord onder de vorm van mythen. Mythe (in het Grieks: mythos) betekent gesproken woord, verhaal. Mythen vertellen over het ontstaan van de mens, de schepping, de wereld of de cultuur, over het lot van de mens of van het individu, de toekomst van de mensheid,…. Veel van deze mythen zijn etiologisch. Etiologie is de leer van de oorzaken. Etiologische mythen geven een antwoord op vragen van de aard 'Hoe komt het dat ….'. In zowat alle mythen is de oorsprong van de wereld of van de mens het gevolg van goddelijke ingrepen. De goden hebben bepaald waarom de schepping is zoals ze is. De verklaringen die mythen geven, kunnen bezwaarlijk wetenschappelijke verklaringen genoemd worden. Niet alleen is het bestaan van goden moeilijk aan te tonen, deze verklaringen kunnen niet geverifieerd worden.

Het ontstaan van de seizoenen - Demeter en Persephone

Demeter is de zus van Zeus, de oppergod. Ze is de godin van de landbouw, Ze heeft de mensen geleerd hun akkers te bebouwen. Haar dochter heet Persephone.
Op een dag, in de tijd dat er nog geen seizoenen waren, ging Persephone bloemen plukken op het eiland Sicilië. Ze verdwaalde van haar vriendinnen en werd geroofd door de god Hades. Deze voerde haar mee naar zijn Schimmenrijk en verhief haar tot zijn gemalin. Demeter zwierf over de aarde om haar dochter te vinden. Toen zij uiteindelijk van de alziende zonnegod Helios hoorde wat er met haar dochter gebeurd was, was zij ontroostbaar. Ze verwaarloosde de akkers en het koren, de gewassen verdorden en de natuur stierf langzaam af.

Zeus vond dat het zo niet langer kon. Hij bepaalde dat Persephone de ene helft van het jaar bij haar moeder op aarde zou zijn, en de andere helft van het jaar bij haar echtgenoot in het Schimmenrijk. Sindsdien kent de aarde seizoenen. Als Persephone bij haar moeder Demeter is, is deze gelukkig en zaait ze. De natuur komt tot bloei, de gewassen krijgen vruchten, zodat er voedsel in overvloed is. Als Persephone bij haar echtgenoot is, treurt moeder Demeter en verwaarloost ze de akkers en gewassen.

In het oude Griekenland, in de zesde eeuw voor onze jaartelling, ontwikkelt zich een nieuw gegeven: verklaringen voor het ontstaan van de wereld, voor de mens, voor verschijnselen worden niet meer gezocht bij de goden, maar in de werkelijkheid, de natuur, en de mens zelf. De wetenschappen maken zich als het ware los van de religie. Het verhaal (mythos) maakt plaats voor de rede (logos).

Thales van Milete wordt vaak aangeduid als de eerste natuurfilosoof. Hij ging ervan uit dat alle materie voortkwam uit een oerstof. Deze oerstof is, volgens Thales, water. Dit argumenteerde hij als volgt: smeltend ijs wordt vloeibaar water. Als het water verdampt ontstaat stoom. Water kan dus in de drie aggregatietoestanden voorkomen: vast, vloeibaar en gasvormig. Water moet bijgevolg de oerstof zijn waaruit alle materie is ontstaan, concludeerde Thales.

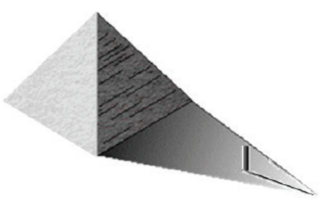
Het zaad van een plant ontkiemt enkel als het water (regen) heeft gekregen. Leven wordt opgewekt met water. Elke landmassa is omringd door water. Het land rijst als het ware op uit het water. Ook hierin ziet Thales een argument om te concluderen dat alles is ontstaan uit één oerstof: water.
Het belang van deze uitspraak ligt niet zozeer in de inhoud maar vooral in de motivatie. Thales motiveert zijn uitspraak met argumenten die niet teruggrijpen naar goden, maar argumenten uit de zintuiglijke wereld. Niet de goden, maar de natuur zelf verklaart de verschijnselen.
Thales' uitspraken laten toe om voorspellingen te maken of verklaringen te geven voor andere verschijnselen. Het land is omringd door water. De wereld dreef op het water. Dit liet hem toe om aardbevingen te verklaren. Niet het gevecht tussen goden, maar de golven van het water waarop de aarde drijft, brengen de aarde aan het beven.
Thales zou er in geslaagd zijn om een zonsverduistering te voorspellen. Hij baseerde zich op het feit dat zonsverduisteringen in cycli komen: als er zich op een bepaald ogenblik een zonsverduistering voordoet, dan zal er zich zoveel jaar later (als zowel de zon en de maan samen precies een aantal volledige toeren hebben gemaakt) opnieuw een zonsverduistering voordoen. Het leverde Thales alvast veel ontzag op. Maar het maakt ook duidelijk dat een zonsverduistering geen goddelijke ingreep is: het verschijnsel kan voorspeld worden.

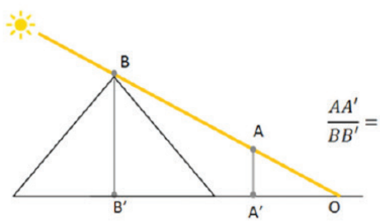
Bij een bezoek aan de piramide van Cheops slaagde Thales erin om de hoogte van de piramide te bepalen. De schaduw van een stok in de grond is des te langer naarmate de stok zelf langer is. Als een stok twee maal zo lang is als de stok ernaast, dan zal zijn schaduw ook twee maal zo lang zijn. Door de lengte van de schaduw van de piramide te vergelijken met de lengte van de schaduw van een stok, kon Thales bepalen hoeveel hoger de piramide is dan de stok. Thales generaliseerde dit in de stelling van Thales: de verhouding van twee lijnstukken is dezelfde als de verhouding van hun evenwijdige projecties. Thales probeerde niet om praktische problemen op te lossen, maar om onderliggende principes te ontdekken. Wiskunde wordt geformuleerd in abstracte begrippen.

Thales is niet geïnteresseerd om een uitspraak te doen over één piramide. Hij wil een uitspraak doen over een reeks figuren, een eindeloze reeks figuren. Hij bedenkt ideale meetkundige figuren. Deze meetkundige figuren bestaan als dusdanig niet in de realiteit, in de wereld van de ervaring. Ze zijn het resultaat van denkoperaties. Een rechte is niet zomaar een streep in het zand, maar vertegenwoordigt alle rechten. Een cirkel in de geest van Thales is niet zomaar een cirkel, het is een ideale cirkel die alle bestaande cirkels vertegenwoordigt. Het moet Thales toelaten om uitspraken te doen over alle cirkels, om eigenschappen te formuleren over alle cirkels. Dit is baanbrekend.

De stelling van Thales

Thales probeerde om de hoogte van een piramide te bepalen door de schaduw van de piramide te vergelijken met de schaduw van een staaf. De lengte van de schaduwen verhouden zich tot elkaar als de hoogten.

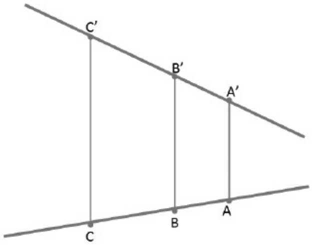




$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{OA'}{OB'}$$

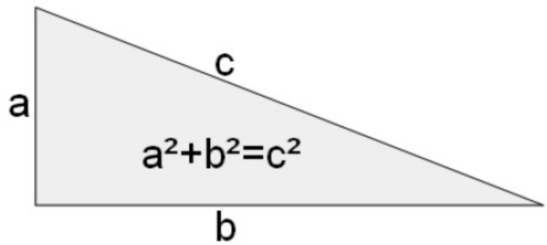
Thales generaliseerde dit probleem tot wat de stelling van Thales genoemd wordt.

De evenwijdige projectie van een rechte op een andere rechte, bewaart de verhoudingen.



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$

Of deze abstractie enkel aan Thales toe te schrijven is, is minder duidelijk. Belangrijk is dat in de zesde eeuw voor Christus een wiskunde van abstracte figuren ontstaat. De Griekse wiskundigen zoeken verhoudingen tussen zijden, oppervlakten van abstracte figuren of abstracte lichamen, ze bepalen hoe het volume van een lichaam zich verhoudt tot zijn zijden. Hun resultaten worden niet zoals bij de Egyptenaren of Babyloniërs in woorden neergeschreven, maar worden met symbolen genoteerd.



Een gekend voorbeeld van het zoeken naar verhouding tussen zijden van figuren is de stelling van Pythagoras. Pythagoras (ca. 570-500 v. Chr.) zoekt een verhouding tussen de zijden van een rechthoekige driehoek. Hij bewijst dit verband met behulp van meetkundige figuren.

De eigenschappen van figuren en lichamen worden niet enkel geformuleerd, ze worden ook bewezen. Deze manier van bewijsvoering kan door iedereen gecontroleerd worden. Op deze manier kan kennis eenvoudig doorgegeven worden. Op basis van gekende eigenschappen of stellingen kunnen nieuwe eigenschappen afgeleid en bewezen worden. Resultaten worden gecumuleerd zodat de kennis steeds uitgebreider wordt.

Deze vorm van opbouwen van kennis wordt deductie genoemd. Deductie kan kortweg omschreven worden als het toepassen van de logische of wiskundige regels op een algemene maar juiste uitspraak. Deductie vertrekt dus van een algemene regel. Deze algemene regel wordt toegepast op een specifieke situatie.

Voorbeeld van deductie:
Alle mensen zijn sterfelijk.
Socrates is een mens.
Conclusie: Socrates is sterfelijk.

Deductie is een belangrijke vorm van bewijsvoering in de wetenschap. Vooral in de wiskunde wordt deductie als werkmiddel gebruikt om nieuwe kennis te bekomen. In de wiskunde vertrekt men van uitspraken of wiskundige stellingen. Als men hierop de rekenregels op een juiste manier toepast, dan kan dit leiden tot een nieuwe uitspraak of een nieuwe stelling. Van deze nieuwe uitspraak of stelling mag men aannemen dat ze juist is. Ze werd immers door deductie bekomen vertrekkende vanuit juiste uitspraken. Daarom wordt wiskunde een exacte wetenschap

genoemd. De nieuwe uitspraken die men kan afleiden uit andere juiste uitspraken of stellingen zijn juist. Maar ook in andere wetenschappen wordt deductie vaak gebruikt om nieuwe uitspraken te formuleren. Een handboek natuurkunde staat vaak vol van afleidingen.
Voor Pythgaoras en zijn volgelingen waren alle dingen getallen. Alle getallen waren verhoudingen van natuurlijke getallen. Maar … als de korte zijden (de rechthoekzijden) van een rechthoekige driehoek aan elkaar gelijk zijn, dan slaagde Pythagoras er maar niet in om de lengte van de lange zijde (de schuine zijde) weer te geven als een verhouding van natuurlijke getallen.

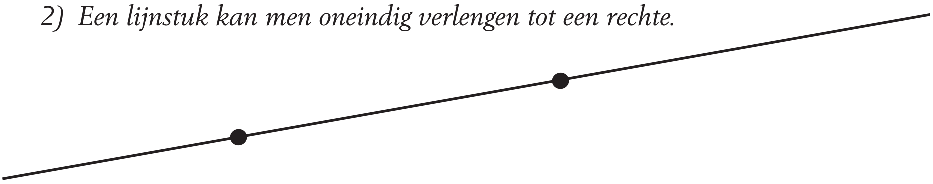
Neem een rechthoekige driehoek waarvan de lengte van de rechthoekzijden één is. De lengte van de schuine zijde is dan (volgens de stelling van Pythagoras) gelijk aan $\sqrt{2}$. Hoe Pythagoras ook probeerde, hij kon deze lengte niet schrijven als de verhouding van twee (natuurlijke) getallen. Integendeel, Pythagoras, kon tot zijn eigen ontzetting aantonen dat dit onmogelijk was. Deductie wees uit dat er niet-perfecte (irrationale) getallen bestaan.

Deductie laat toe om kennis te accumuleren. Maar deze kennis stoelt op de reeds gekende kennis. Het is dus belangrijk dat de kennis waarop men zich baseert juist is. Indien men door het toepassen van wiskundige regels tot een tegenstrijdige uitspraak zou komen, dan kan men daaruit concluderen dat één van de uitspraken of stellingen waarop men zich gebaseerd heeft, fout is. Om wiskunde of algemeen een wetenschap uit te bouwen, dient men te vertrekken van uitspraken, stellingen waarvan men zeker is. Deze uitspraken moeten voldoende ruim zijn om alle aspecten van deze tak van de wetenschap af te leiden. Ze moeten ook consistent zijn: ze mogen (ook na ellenlange deductieve afleidingen) geen onderlinge tegenspraken bevatten. Dergelijke uitspraken worden axioma's genoemd.
Een axioma zelf wordt niet bewezen. Er wordt aangenomen dat het juist is. In 'De elementen' publiceerde Euclides (ca. 300 v.Chr.) vijf axioma's waaruit de vlakke meetkunde kan worden afgeleid. Deze meetkunde wordt daarom ook vaak de Euclidische meetkunde genoemd. Deze vijf axioma's vormen de solide basis waarop de vlakke meetkunde kan worden afgeleid. 'De Elementen' van Euclides is een verzamelwerk dat bestaat uit dertien boeken. Elk boek omvat een deel met definities en een deel met stellingen (theorema's). In het totaal worden in 'De elementen' 138 definities gegeven en 468 stellingen bewezen. De stellingen worden enkel met passer en een niet-gemarkeerde liniaal bewezen. Hoewel veel stellingen reeds vroeger door anderen werden geformuleerd, is het belang van Euclides niet te onderschatten. Hij toont aan hoe stellingen deductief uit andere stellingen kunnen worden afgeleid. Het is precies deze methode van deductie die het werk 'de elementen' zo belangrijk maakt. Het maakt ook duidelijk hoe stellingen samenhangen en hoe eigenschappen door deductie op een logische manier kunnen worden afgeleid.

De axioma's van Euclides

1) *Van een punt naar een ander punt kan men een lijnstuk trekken.*

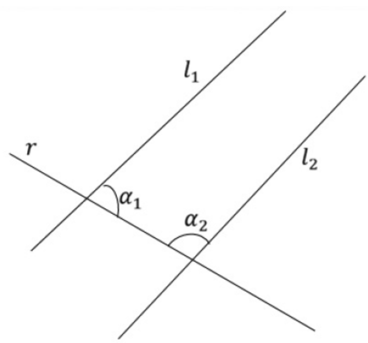
2) *Een lijnstuk kan men oneindig verlengen tot een rechte.*



3) *Men kan een cirkel tekenen met een gegeven straal (r) en middelpunt (M).*

4) *Alle rechte hoeken zijn gelijk aan elkaar.*

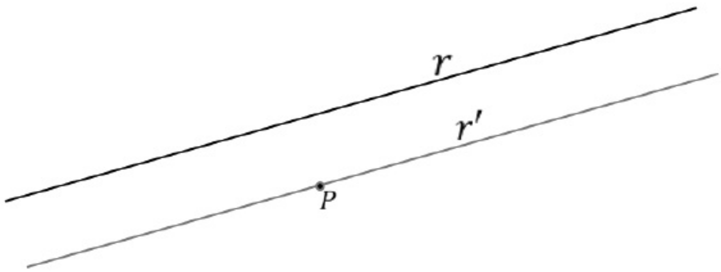
5) *Als bij een rechte lijn , die twee rechte lijnen en snijdt, de som van de binnenhoeken en aan dezelfde kant, kleiner is dan de som van twee rechte hoeken, dan zullen de twee rechte lijnen tot in het oneindige verlengd elkaar ontmoeten aan de kant van die hoeken waarvan de som kleiner is dan twee rechte hoeken.*



als $\alpha_1 + \alpha_2 < 2 \cdot 90°$, dus als $\alpha_1 + \alpha_2 < 180°$,
dan zullen de lijnstukken l_1 en l_2 elkaar snijden,
als ze verlengd worden tot rechten.
Ze zullen elkaar snijden aan die kant van de recht r,
waar de som der binnehoeken kleiner is dan 180°.
(In de figuur aan de kant boven de rechte r.)

Het parallellenaxioma

De eerste vier axioma's zijn zeer aanvaardbaar. Maar reeds in het begin was er twijfel of het vijfde axioma wel juist was. Ook Euclides zelf had wellicht gemengde gevoelens bij het vijfde axioma. Hij gebruikte het zo laat mogelijk (voor het eerst bij het bewijs van stelling I.29). Aangezien het vijfde axioma niet zo evident leek, werd geprobeerd om dit axioma te bewijzen. Allerlei pogingen werden ondernomen om het vijfde axioma af te leiden uit de vier vorige axioma's. In dit geval zou de meetkunde steunen op vier in plaats van vijf axioma's. Maar alle pogingen om het vijfde axioma uit de vier andere af te leiden, mislukten. Inmiddels weten we dat het onmogelijk is om het vijfde axioma af te leiden uit de vier andere axioma's.
In 1795 slaagde de Schotse wiskundige John Playfair erin om het axioma te herformuleren en bewees hij dat zijn herformulering equivalent is aan het vijfde axioma van Euclides. Het axioma van Playfair, stelt:
Door een punt buiten een gegeven rechte kan men maar één en slechts één rechte tekenen parallel met de gegeven rechte.



Dit axioma wordt het parallellenaxioma genoemd. Maar ook dit axioma kon niet bewezen worden uit de vier vorige axioma's.
Giovanni Saccheri (1667-1733), een Italiaans priester-Jezuïet, wou een beproefde methode gebruiken om het parallellenaxioma te bewijzen: het bewijs uit het ongerijmde. Bij een bewijs uit het ongerijmde vertrekt men vanuit het standpunt dat datgene wat men wil bewijzen fout is. Hij nam dus aan dat het parallellenaxioma fout was. Indien men door logische deductie een tegenspraak kan afleiden, dan kan het niet anders dan dat de aangenomen uitspraak fout is. Saccheri was er van overtuigd dat de negatie van het parallellenaxioma zou leiden tot een tegenspraak. Maar tot zijn verwondering lukte dit niet. Uiteindelijk meende hij toch een tegenspraak te kunnen afleiden. Maar wellicht was dit, met Galilei Galileo in het achterhoofd, omdat hij bang was voor vervolging. De toon was gezet: misschien is er wel een andere meetkunde mogelijk dan de meetkunde van Euclides.
Karl Friedrich Gauss (1777-1855) was ervan overtuigd dat er naast de meetkunde van Euclides ook andere meetkunde mogelijk is. Maar hij publiceerde niets over meetkunde omdat het idee van een niet-Euclidische meetkunde wellicht veel tegenkanting zou ondervinden.

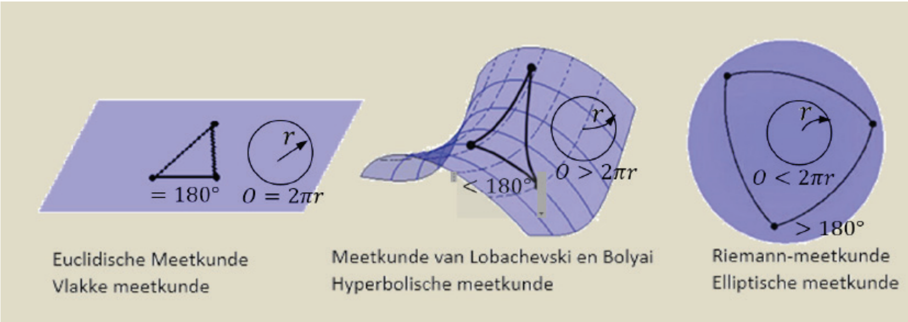
Niet-Euclidische meetkunde

Het waren echter de Rus Nikolaj Lobachevski (1792-1856) en de Hongaar János Bolyai (1802-1860) die onafhankelijk van elkaar een niet-Euclidische meetkunde uitwerkten. Aanvankelijk wilden beiden, net als velen voor hen, het vijfde axioma van Euclides bewijzen. (Farkas Bolyai, de vader van János en zelf ook een wiskundige, schreef zijn zoon een smeekbrief om te vragen zich niet te wagen aan deze opdracht. Het zou enkel tot waanzin leiden. Maar dit kon János niet weerhouden.) Toen noch Lobachevski, noch Bolyai erin slaagden om het axioma te bewijzen, ontdekten ze dat het verwerpen van het vijfde axioma een consistente meetkunde toelaat. Noch altijd onafhankelijk van elkaar besloten ze om het vijfde axioma van Euclides te vervangen door een ander axioma:
Door een punt buiten een gegeven rechte kan men meerdere rechten tekenen parallel met de gegeven rechte.
Een nieuwe meetkunde, de hyperbolische meetkunde, was geboren. Het werk van János Bolyai werd als appendix bij een boek van zijn vader gepubliceerd in 1832, zo'n zeven jaar nadat János Bolyai het geschreven had. In 1848 ontdekte János Bolyai dat Nikolaj Lobachevski een vergelijkbaar werk gepubliceerd had in 1829. Deze ontdekking kwam hard aan bij János Bolyai. Het werk van Nikolaj Lobachevski werd aanvankelijk in het Russisch en later in het Fans en Duits gepubliceerd. Maar het kreeg weinig belangstelling. Wiskundigen waren niet rijp voor een niet-Euclidische meetkunde.
Tot het begin van de negentiende eeuw werd meetkunde toegepast op vlakken (2 dimensies) of in de ruimte (drie dimensies). In 1854 liet de Duitse wiskundige Bernard Riemann (1826-1866) het idee varen dat de ruimte drie dimensies heeft. Hij bestudeerde objecten in meerdere (een willekeurig aantal n) dimensies. Zo ontwikkelde hij ook een nieuwe meetkunde. Het tweede axioma van Euclides stelt dat men twee punten kan verbinden door een lijnstuk. Impliciet werd er verondersteld dat er slechts één lijnstuk was dat de twee punten verbindt. Riemann verving dit axioma door: twee punten bepalen minstens één rechte lijn. Het vijfde axioma van Euclides werd vervangen door het volgende axioma: twee willekeurige rechten in een vlak snijden elkaar. Er ontstond een nieuwe meetkunde, Riemann-meetkunde of elliptische meetkunde genoemd. Het is duidelijk dat deze meetkunde verschilt van de meetkunde van Euclides of van de hyperbolische meetkunde. Beschouw een rechte en een punt dat niet op die rechte ligt.

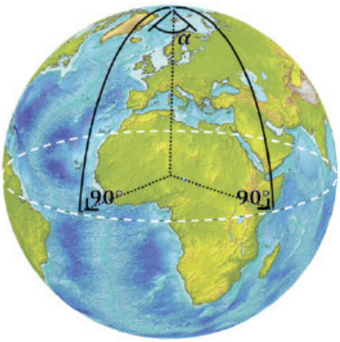
- *In de meetkunde van Euclides gaat er door dit punt precies één rechte die evenwijdig is met de rechte.*
- *In de hyperbolische meetkunde (van Lobachevski en Bolyai) gaan er oneindig veel rechten evenwijdig met rechte door het punt.*
- *In de elliptische meetkunde (van Riemann) gaat er geen enkele rechte evenwijdig aan de rechte door het punt.*

Drie types meetkunde?

Dat deze drie types van meetkunde van elkaar afwijken, is duidelijk. Ze leiden tot fundamentele verschillen. Beschouwen we twee vlakke figuren: een driehoek en een cirkel. In de meetkunde van Euclides is de som van de hoeken van een driehoek altijd 180°. In de hyperbolische meetkunde is de som van de hoeken van een driehoek steeds kleiner dan 180°, terwijl in de elliptische meetkunde de som van de hoeken van een driehoek steeds groter is dan 180°. In de meetkunde van Euclides wordt de omtrek van een cirkel met straal weergegeven door 2πr. In de hyperbolische meetkunde is de omtrek van een cirkel steeds groter dan 2πr, terwijl in de elliptische meetkunde de omtrek van een cirkel steeds kleiner is dan 2πr. Men kan zich dit voorstellen door een vlak (2 dimensies) te beschouwen in de ruimte (3 dimensies). In het geval van de Euclidische ruimte is het vlak ook echt vlak. In de hyperbolische meetkunde is het vlak gebogen volgens een zadeloppervlak (een hyperbolisch oppervlak) en in de elliptische meetkunde is het vlak gebogen volgens een ellipsoïde. Daarom wordt de Euclidische meetkunde vlakke meetkunde genoemd. En zo wordt ook duidelijk hoe de hyperbolische en de elliptische meetkunde hun naam kregen.



Deze voorstelling laat ook toe om de hierboven aangehaalde kenmerken van deze ruimtes te begrijpen. Beschouwen we een boloppervlak waarop een driehoek getekend is. Denk aan de aarde waarbij men twee verschillende punten op de evenaar neemt. Het derde punt is de Noordpool. Beschouw de driehoek gevormd door deze punten. De hoeken op de evenaar zijn rechte hoeken van 90°. De som van deze beide hoeken is 180°. De tophoek aan de evenaar is niet nul. De som van de hoeken van deze driehoek is dus groter dan 180°.



In de Euclidische meetkunde is de ruimte vlak, in de niet-Euclidische meetkunde is de ruimte gekromd (negatief in de hyperbolische meetkunde, positief in de elliptische meetkunde). De bovenstaande voorstellingen zijn perspectieftekeningen van een *oppervlak (2 dimensies). Maar het is heel wat moeilijker om zich een gekromde driedimensionale ruimte voor te stellen. In het voorbeeld van de drie punten op aarde is het duidelijk dat de aarde gekromd is. Je lijn volgt het aardoppervlak en is dus ook gekromd. Maar je zou bij wijze van spreken de drie punten kunnen verbinden door tunnels. Op één van de punten plaats je een laser, terwijl je op de andere twee punten een juist gerichte spiegel plaatst. Op die manier bekom je een vlakke driehoek gevormd door de laserstraal. En de som van de hoeken gevormd door de laserstraal is 180°. Maar is dit zo? Loopt de laserstraal recht of loopt ze gekromd? Is de som der hoeken gevormd door de laserstraal wel precies 180°? Is de ruimte in werkelijkheid vlak of gekromd?*

Is de ruimte gekromd?

Welk van de drie types meetkunde is juist? Welk van de drie sets axioma's is juist? Er kan toch maar één van de drie types juist zijn?! Voor een wiskundige is de vraag naar een juiste theorie bevreemdend. Zolang er geen tegenspraken volgen uit de theorie (men zegt dat de theorie consistent is), is er geen reden om deze theorie te verwerpen. Door ze verder deductief uit te bouwen, zal men meer eigenschappen van de studieobjecten vinden. Men bekomt nieuwe kennis. Daarom wordt wiskunde een formele wetenschap genoemd. Er wordt met (abstracte) objecten deductief kennis opgebouwd. Deze kennis is waar als de axioma's waarvan men vertrekt waar zijn. Voor een wiskundige zijn de drie types meetkunde (even) waardevol.

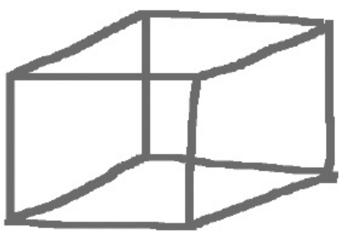
Misschien moeten we de oorspronkelijke vraag anders formuleren. Welk type meetkunde beschrijft de werkelijkheid? Om dit te weten dienen we een verband te leggen tussen de eigenschappen die in de meetkunde vervat zijn en de werkelijkheid zelf. We zouden bijvoorbeeld een driehoek kunnen bepalen en de som van de hoeken van deze driehoek kunnen meten. Indien de som precies 180° is, dan beschrijft de Euclidische meetkunde de werkelijkheid. Is de som kleiner dan 180°, dan is de hyperbolische meetkunde de meetkunde die de werkelijkheid beschrijft, anders is het de elliptische meetkunde.

Bij kleine driehoeken is het moeilijk om de hoeken nauwkeurig te bepalen. De som blijkt precies 180° te zijn (of de afwijking kan toegeschreven worden aan de onnauwkeurigheid van de meting). Kunnen we hieruit besluiten dat de Euclidische meetkunde deze is die de werkelijkheid beschrijft? Of anders geformuleerd: dat de ruimte vlak is? Niet echt. We kunnen er wel uit besluiten dat de ruimte niet of tenminste niet sterk gekromd kan zijn.

Indien we dit met grotere zekerheid wensen na te gaan, dienen nauwkeurigere metingen te gebeuren. Dit kan door grotere driehoeken te bepalen en de som van de hoeken in deze grote driehoek te meten. Het verhaal gaat dat Carl Gauss de hoeken tussen *de toppen van de bergen Hohenhagen, Inselberg en Brocken zou gemeten hebben om dit na te gaan. Maar wellicht was het niet zijn bedoeling om de kromming van de ruimte te meten. Nicolai Lobachevski daarentegen wilde dit wel nagaan. Hij nam de volgende punten voor het vormen van een driehoek: de positie van de aarde op een bepaald ogenblik, de positie van de aarde een half jaar later (door de omwenteling van de zon is de aarde van positie veranderd) en een ster (Sirius). De twee hoeken met het baanvlak van de aarde, kunnen vanop aarde gemeten worden. De andere hoek wordt de parallax genoemd. De ster lijkt zich te verplaatsen ten opzichte van de achtergrond. Door de positie van de ster te vergelijken met de achtergrondsterren kan de parallax bepaald worden. Maar ook hier is de afwijking te klein om de Euclidische meetkunde te verwerpen.*

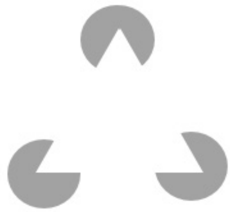
Inmiddels weten we (dankzij Einstein) dat het heelal plaatselijk gekromd is. Maar op basis van de metingen die tot heden gedaan werden, kan men niet besluiten dat de ruimte over grote afstanden gekromd is. De Euclidische meetkunde kan niet verworpen worden.

De Euclidische meetkunde, die deductief afgeleid is steunend op enkele axioma's, maakt duidelijk dat deductie een sterke methode is voor het verkrijgen van nieuwe, betrouwbare kennis.
De vraag rijst: kan men betrouwbare kennis opbouwen? Hoe weet men of deze kennis betrouwbaar is? Voor Plato was het duidelijk dat betrouwbare kennis enkel kon verkregen worden via de rede, via logisch redeneren, via deductie. Met zijn allegorie van de grot maakt Plato duidelijk dat hij sceptisch staat tegenover kennis verkregen uit waarneming. De werkelijkheid die we waarnemen is namelijk gefilterd door onze zintuigen en gekleurd door de omgeving en onze ingesteldheid. Volgens Plato zijn onze zintuigen geen betrouwbare bronnen voor het verkrijgen van kennis omdat ze hun beperkingen hebben: we zien niet alle kleuren (zo zien we geen infrarood of ultraviolet licht), we horen niet alle tonen (te lage of te hoge tonen kunnen we niet horen), zwakke signalen merken we soms niet op en sommige signalen (radioactiviteit) kunnen we helemaal niet waarnemen. Dieren hebben soms een andere gevoeligheid of een andere kijk op de werkelijkheid (vleermuizen zijn gevoelig voor ultrasone tonen),…
Niet alleen leveren onze zintuigen een gefilterde weergave van de werkelijkheid, ook het signaal dat ze doorsturen naar onze hersenen dient nog door deze hersenen geïnterpreteerd te worden.



Bij het zien van nevenstaande figuur menen we spontaan een kubus, of een slecht getekende kubus, te zien. In werkelijkheid staan er slechts een paar lijnen op dit blad. Hoe kunnen we onze hersenen geloven als ze ons op dergelijk eenvoudige manier misleiden?

Of in de figuur hiernaast menen we een driehoek te herkennen.
Er staat echter helemaal geen driehoek.
Waarnemingen misleiden ons. Plato waarschuwt met de allegorie van de grot voor deze misleiding en stelt dat de enige bron van betrouwbare kennis afkomstig is uit deductie, uit logisch redeneren.



Plato - De allegorie van de grot.

Men dient zich een grote grot voor te stellen, die met de buitenwereld verbonden is door een gang met een dusdanige lengte dat er geen daglicht in de grot valt. Er zit een rij gevangenen met hun rug naar de ingang, en ze kijken naar de achterwand van de grot. Hun ledematen en hals zijn zo vastgeketend, dat ze hun hoofd niet kunnen bewegen en noch elkaar, noch zichzelf kunnen zien. Dit betekent dat ze alleen de wand voor zich kunnen waarnemen. Zo hebben ze hun hele leven gezeten en kennen ze niets anders. Achter hen bevindt zich een vuur. Tussen hen en dat vuur staat een blokkade in de vorm van een muur, die zo hoog is als een mens. Aan de andere kant van die muur lopen mensen heen en weer met allerlei dingen op hun hoofd, waaronder stenen en houten figuren van mensen en dieren. De schaduwen van die dingen vallen door het vuur op de wand waar de gevangenen tegenaan kijken, en die ook de stemmen weerkaatst van hen die de dingen sjouwen. Plato betoogt nu dat het enige dat de gevangenen in hun leven waarnemen schaduwen en echo's betreffen.

Ze denken dat deze de realiteit vormen en hun gesprekken gaan over de waarneming van deze realiteit. Als een gevangene zijn ketenen zou kunnen afschudden, zou hij door de levenslange ketening in het halfduister zo verkrampt zijn, dat alleen al het zich omdraaien pijnlijk voor hem zou zijn. Bovendien zou het vuur hem verblinden. Hij zou volkomen in de war raken en zich weer willen omkeren naar de wand met schaduwen, naar de realiteit die hij begrijpt. Als hij dan uit de grot naar het felle zonlicht zou worden geleid, zou hij pas na lange tijd iets kunnen zien en dat begrijpen. Als hij eenmaal gewend zou zijn aan de bovenwereld en daarna terugkeerde in de grot, zou de duisternis hem weer tijdelijk verblinden. Zijn ervaringen zouden onbegrijpelijk zijn voor de andere gevangenen, omdat hun taal alleen naar schaduwen en echo's verwijst. Ze zullen hem zelfs als een gevaar zien en mogelijk dreigen hem te doden. Ze zijn misleid door hun waarnemingen. Uit hun waarneming hebben ze zich een beeld van de werkelijkheid proberen te vormen. Dit beeld nemen ze als waar aan. Nochtans is de werkelijkheid volledig anders.

Aristoteles, nochtans een leerling van Plato, stelt net dat alle kennis gebaseerd is op waarneming. Door inductie kan men kennis over de ons omringende fysische werkelijkheid verzamelen. Bij inductie komt men door het generaliseren van specifieke waarnemingen tot een algemene regel.